

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

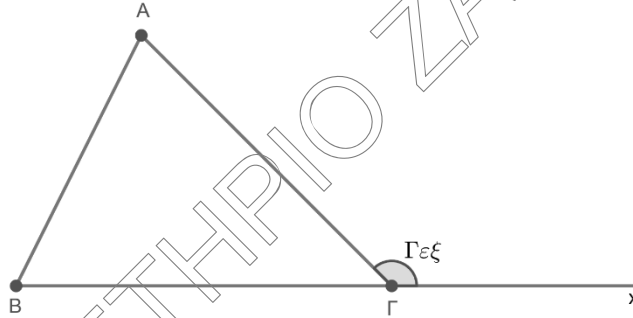
Ημερομηνία: Σάββατο 3 Μαΐου 2025

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.



Μονάδες 15

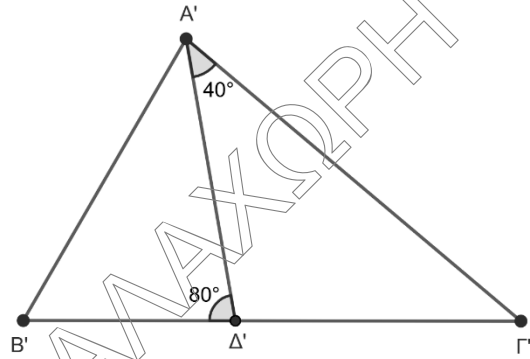
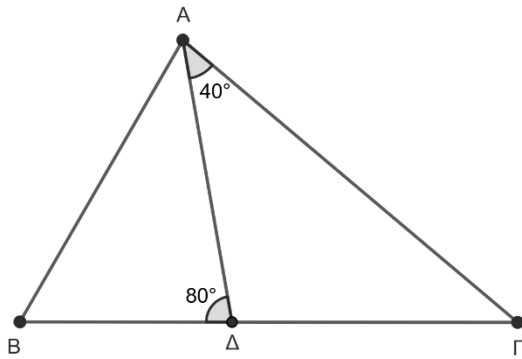
Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Η απόσταση του βαρύκεντρου ενός τριγώνου από κάθε κορυφή του ισούται με το $\frac{1}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου.
- β) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.
- γ) Αν ένα τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες τότε είναι ισόπλευρο.
- δ) Ένα ορθογώνιο έχει τις πλευρές του ίσες.
- ε) Κάθε σημείο της διχοτόμου μίας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ του παρακάτω σχήματος έχουν τις διχοτόμους $A\Delta$ και $A'\Delta'$ ίσες, τις γωνίες $\hat{\Delta}A\Gamma$ και $\hat{\Delta}'A'\Gamma'$ ίσες από 40° και τις γωνίες $\hat{B}\Delta A$ και $\hat{B}'\Delta'A'$ ίσες από 80° .



B1. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 6

Να δείξετε ότι:

B2. $AB = A'B'$.

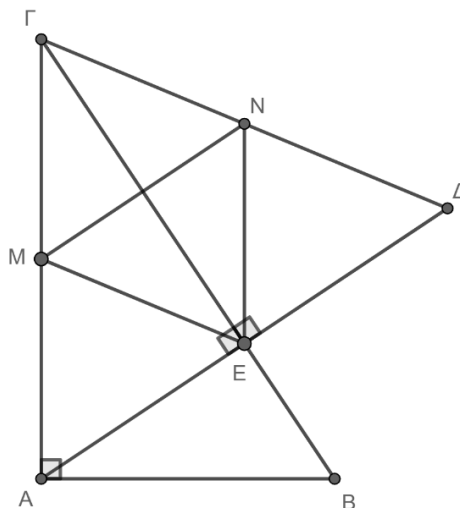
Μονάδες 9

B3. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Προεκτείνουμε το ύψος $A\Gamma$ κατά ίσο τμήμα $ΕΔ$. Αν M είναι το μέσο της $A\Gamma$ και N το μέσο της $\Gamma\Delta$.



Να δείξετε ότι:

Γ1. $ΑΓ = ΓΔ$.

Μονάδες 7

Γ2. Το τρίγωνο MNE είναι ισοσκελές.

Μονάδες 8

Γ3. Το τετράπλευρο $MNEA$ είναι παραλληλόγραμμο.

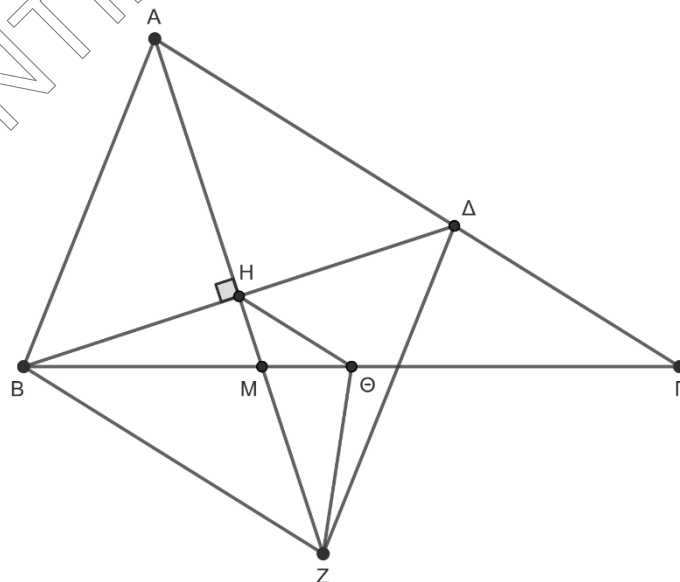
Μονάδες 5

Γ4. Αν $\hat{A}ΓB = 30^\circ$ να δείξετε ότι το τρίγωνο MNE είναι ισόπλευρο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ < ΑΓ$. Από το B φέρνουμε κάθετη στην διχοτόμο $ΑΜ$ της γωνίας A , η οποία τέμνει την $ΑΜ$ στο H και την $ΑΓ$ στο $Δ$. Στην προέκταση της AH θεωρούμε σημείο Z τέτοιο, ώστε $AH = HZ$ και έστω Θ το μέσο της πλευράς $BΓ$.



Να δείξετε ότι:

Δ1. Το τετράπλευρο $ΑΒΖΔ$ είναι ρόμβος.

Μονάδες 6

Δ2. $A\hat{\Delta}Z = A\hat{B}\Gamma + A\hat{\Gamma}B.$

Μονάδες 8

Δ3. Το τετράπλευρο $HBZ\Theta$ είναι τραπέζιο.

Μονάδες 6

Δ4. Η διάμεσος του τραπεζίου $HBZ\Theta$ είναι ίση με $\frac{AB + A\Gamma}{4}$

Μονάδες 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΖΑΝΑΧΩΡΗ